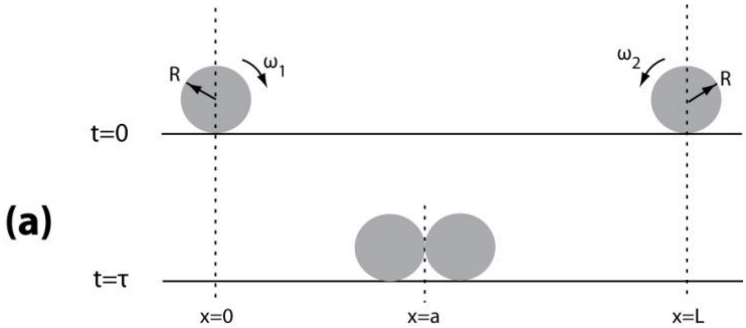
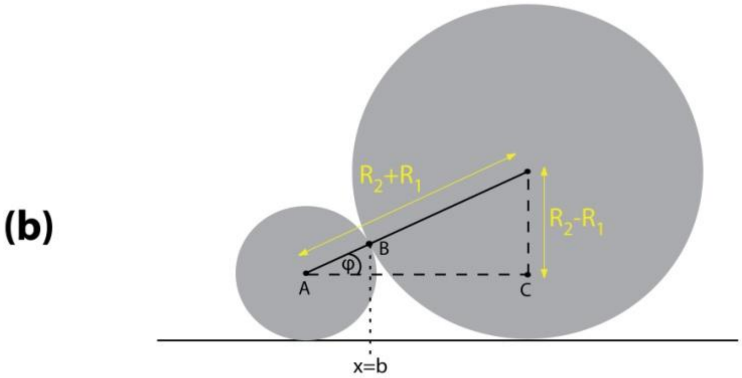
Πρόοδος 4 στη Φυσική 1

Δύο κύλινδροι ακτίνας R βρίσκονται στη θέση x=0 και x=L τη χρονική στιγμή t=0, όπου και αρχίζουν να κυλούν με γωνιακή ταχύτητα ω_1 και ω_2, αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Βρείτε σε ποιο σημείο x=a και ποια χρονική στιγμή t=τ θα συναντηθούν. Επαναλάβετε για την περίπτωση που ο ένας κύλινδρος έχει ακτίνα R_1 και ο άλλος R_2.





Λύση

(α) Η συντεταγμένη του κέντρου μάζας του κυλίνδρου 1 είναι $x_1 = v_1 t = \omega_1 R t$, ενώ του κυλίνδρου 2 είναι $x_2 = L - v_2 t = L - \omega_2 R t$. Οι δύο κύλινδροι έρχονται σε επαφή όταν $x_2 - x_1 = 2R$, απ'όπου έπεται ότι $\tau = \dfrac{L-2R}{(\omega_1+\omega_2)R}$.

Θέτοντας αυτή την τιμή στη σχέση $x_1 = \omega_1 R t$ προκύπτει ότι $x_1(\tau) = \dfrac{\omega_1}{\omega_1+\omega_2}(L-2R)$ και άρα $a = x_1(\tau) + R = \dfrac{\omega_1(L-R)+R\omega_2}{\omega_1+\omega_2}$. Εξέταση ειδικής περίπτωσης: αν $L=2R$, δηλαδή οι κύλινδροι ακουμπούν εξ'αρχής, τότε έπεται $\tau = 0$ και $a = R$, που είναι σωστό.

(β) Από το σχήμα βλέπουμε ότι η απόσταση AC μεταξύ των δύο κέντρων των κυλίνδρων όταν ακουμπούν στο σημείο B είναι $AC = \sqrt{(R_2+R_1)^2-(R_2-R_1)^2}$, άρα όπως και προηγουμένως, θα πρέπει $x_2 - x_1 = AC$, απ'όπου έπεται ότι $\tau = \dfrac{L-AC}{\omega_1 R_1 + \omega_2 R_2}$ και $b = x_1(\tau) + R_1 \cos\varphi$, με $\tan\varphi = \dfrac{R_2-R_1}{R_2+R_1}$.
Ειδική περίπτωση: αν $R_2 = R_1 = R$ τότε έπεται ότι φ=0, AC=2R, και επανερχόμαστε στην προηγούμενη περίπτωση.